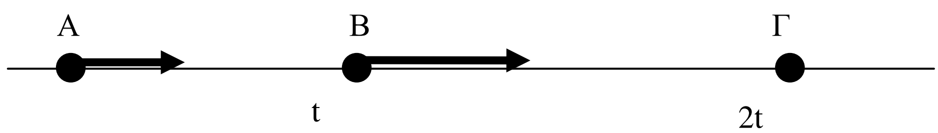
Ο ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ Α.Δ.Μ.Ε ΣΤΗΝ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ

Μια διαφορετική πρόταση επεξεργασίας των δεδομένων από αυτή του εργαστηριακού οδηγού.

Η μελέτη της ελεύθερης πτώσης στην Α' Λυκείου (εργαστηριακή άσκηση 9) γίνεται μέσω μίας φωτογραφίας πολλαπλής φωτογράφησης με τη βοήθεια στροβοσκοπίου. Έτσι με τη βοήθεια αυτής της φωτογραφίας μπορούμε να πάρουμε ένα πίνακα τιμών θέσης-χρόνου. Από τον πίνακα αυτό και γνωρίζοντας τη μάζα του σώματος μπορούμε να υπολογίσουμε τη δυναμική ενέργεια του σώματος. Στον εργαστηριακό οδηγό ο υπολογισμός της ταχύτητας γίνεται μέσω του ορισμού της ταχύτητας u=Δy/Δt. Αυτός ο υπολογισμός είναι λανθασμένος, αφού μέσω του ορισμού προσδιορίζουμε τη μέση ταχύτητα στο διάστημα Δy και όχι την στιγμιαία ταχύτητα στο μέσο στην αρχή ή στο τέλος του διαστήματος Δy.

Η χρήση του ορισμού της ταχύτητας θα ήταν σωστή αν το χρονικό διάστημα Δt του παρονομαστή ήταν πολύ μικρό. Τι σημαίνει όμως πολύ μικρό; Το πολύ μικρό ή το πολύ μεγάλο έχει σχέση πάντα με κάποιο άλλο ομοειδές μέγεθος με το οποίο γίνεται η σύγκριση. Πχ η ακτίνα της γης θεωρείται πολύ μικρή συγκρινόμενη με την απόσταση γης – ηλίου, οπότε η κίνηση μπορεί να θεωρηθεί ως κίνηση υλικού σημείου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το μέγεθος που υπεισέρχεται προς σύγκριση είναι το χρονικό διάστημα που απέχει η μία φωτογραφία από την άλλη, το Δτ. Έτσι το Δt που χρησιμοποιούμε στον ορισμό της u δεν είναι πολύ μικρό αφού είναι ίσο με το συγκρινόμενο μέγεθος. Μόνο αν η κίνηση ήταν ευθύγραμμη ομαλή θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό της ταχύτητας με Δt όσο μεγάλο θέλουμε χωρίς να δημιουργείται πρόβλημα.

Τι θα μπορούσαμε να κάνουμε στην περίπτωσή μας για να υπολογίσουμε την ταχύτητα χωρίς να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση Δy/Δt ; Αυτό που μπορούμε να κάνουμε είναι να υποθέσουμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη. Μία υπόθεση που μπορεί να ελεγχθεί από την παραπάνω φωτογραφία κάνοντας τη γραφική παράσταση του $y\text{-}t^2$ και βλέποντας πόσο κοντά είναι τα σημεία πάνω στην ευθεία (ή υπολογίζοντας μέσω του Excel το r^2 και βλέποντας πόσο κοντά είναι στη μονάδα). Αν η γραφική παράσταση είναι ευθεία, αυτό σημαίνει ότι ισχύει η σχέση $y=1/2at^2$ άρα η κίνηση είναι πράγματι ομαλά επιταχυνόμενη. Εκτελώντας την παραπάνω διαδικασία παρατηρούμε ότι με πολύ καλή προσέγγιση η κίνηση είναι πράγματι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Σε μία τέτοια κίνηση η μέση ταχύτητα ανάμεσα σε δύο σημεία Α και Γ είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα σε σημείο Β που ισαπέχει **χρονικά** και όχι χωρικά από τα Α και Γ



Απόδειξη:

$$\bar{u} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{2t} = \frac{u_A 2t + \frac{1}{2} a 4t^2}{2t} = u_A + at = u_B$$

Άρα χρησιμοποιώντας το μοντέλο της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, για να υπολογίσουμε την ταχύτητα ενός σημείου Β, βρίσκουμε τη μέση τιμή της ταχύτητας

ανάμεσα στο προηγούμενο και στο επόμενο σημείο από το Β που απέχουν ίσα χρονικά διαστήματα από αυτό.
Στη συνέχεια κάνουμε την επεξεργασία των δεδομένων πρώτα σύμφωνα με τον εργαστηριακό οδηγό και στη συνέχεια σύμφωνα με τον υπολογισμό της ταχύτητας που βασίζεται στο μοντέλο της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης όπως προαναφέραμε.

y(cm)	y(πραγ σε cm)	Δy(cm)	Δt(s)	u(cm/s)	u2(cm/s2)	K(J)	h(cm)	U(J)	(K+U) σε J
0,00	0,00						45,00	0,76	0,76
0,30	1,02	1,02	0,02	51,14	2614,93	0,023	43,98	0,75	0,77
0,55	1,88	0,85	0,02	42,61	1815,92	0,016	43,13	0,73	0,75
0,95	3,24	1,36	0,02	68,18	4648,76	0,040	41,76	0,71	0,75
1,45	4,94	1,70	0,02	85,23	7263,69	0,063	40,06	0,68	0,74
2,10	7,16	2,22	0,02	110,80	12275,63	0,106	37,84	0,64	0,75
2,80	9,55	2,39	0,02	119,32	14236,83	0,123	35,45	0,60	0,72
3,70	12,61	3,07	0,02	153,41	23534,35	0,204	32,39	0,55	0,75
4,65	15,85	3,24	0,02	161,93	26221,91	0,227	29,15	0,49	0,72
5,75	19,60	3,75	0,02	187,50	35156,25	0,304	25,40	0,43	0,74
6,90	23,52	3,92	0,02	196,02	38424,91	0,332	21,48	0,36	0,70
8,30	28,30	4,77	0,02	238,64	56947,31	0,493	16,70	0,28	0,78
9,70	33,07	4,77	0,02	238,64	56947,31	0,493	11,93	0,20	0,70
11,25	38,35	5,28	0,02	264,20	69804,04	0,604	6,65	0,11	0,72
12,90	43,98	5,63	0,02	281,25	79101,56	0,684	1,02	0,02	0,70

Πίνακας σύμφωνα με τον εργαστηριακό οδηγό

Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε από την τελευταία στήλη, ότι η διακύμανση στις τιμές της μηχανικής ενέργειας της τελευταίας στήλης E=U+K είναι της τάξης του 6%

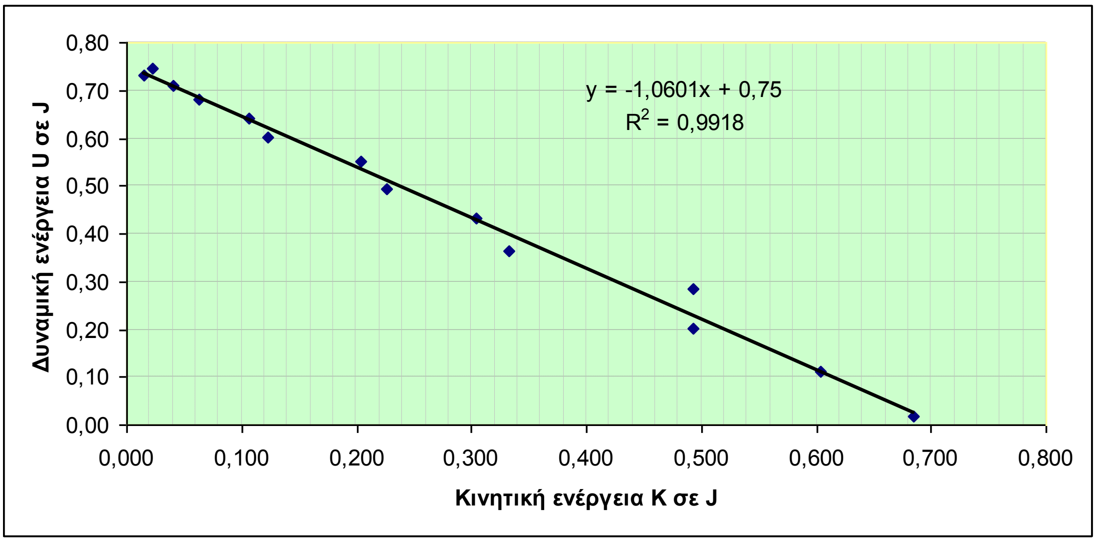
y(cm)	y(πραγ σε cm)	Δy(cm)	Δt(s)	u(cm/s)	u2(cm/s2)	K(J)	h(cm)	U(J)	(K+U) σε J
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	45,00	0,76	0,76
0,30	1,02	1,02	0,02	46,88	2197,27	0,019	43,98	0,75	0,77
0,55	1,88	0,85	0,02	55,40	3068,91	0,027	43,13	0,73	0,76
0,95	3,24	1,36	0,02	76,70	5883,59	0,051	41,76	0,71	0,76
1,45	4,94	1,70	0,02	98,01	9606,23	0,083	40,06	0,68	0,76
2,10	7,16	2,22	0,02	115,06	13238,07	0,115	37,84	0,64	0,76
2,80	9,55	2,39	0,02	136,36	18595,04	0,161	35,45	0,60	0,76
3,70	12,61	3,07	0,02	157,67	24859,97	0,215	32,39	0,55	0,76
4,65	15,85	3,24	0,02	174,72	30525,65	0,264	29,15	0,49	0,76
5,75	19,60	3,75	0,02	191,76	36772,42	0,318	25,40	0,43	0,75
6,90	23,52	3,92	0,02	217,33	47232,13	0,409	21,48	0,36	0,77
8,30	28,30	4,77	0,02	238,64	56947,31	0,493	16,70	0,28	0,78
9,70	33,07	4,77	0,02	251,42	63212,24	0,547	11,93	0,20	0,75
11,25	38,35	5,28	0,02	272,73	74380,17	0,643	6,65	0,11	0,76
12,90	43,98	5,63	0,02						

Πίνακα σύμφωνα με το μοντέλο της Ε.Ο.Ε κίνησης.

Σε αυτή την περίπτωση βλέπουμε ότι η διακύμανση είναι της τάξης του 2%

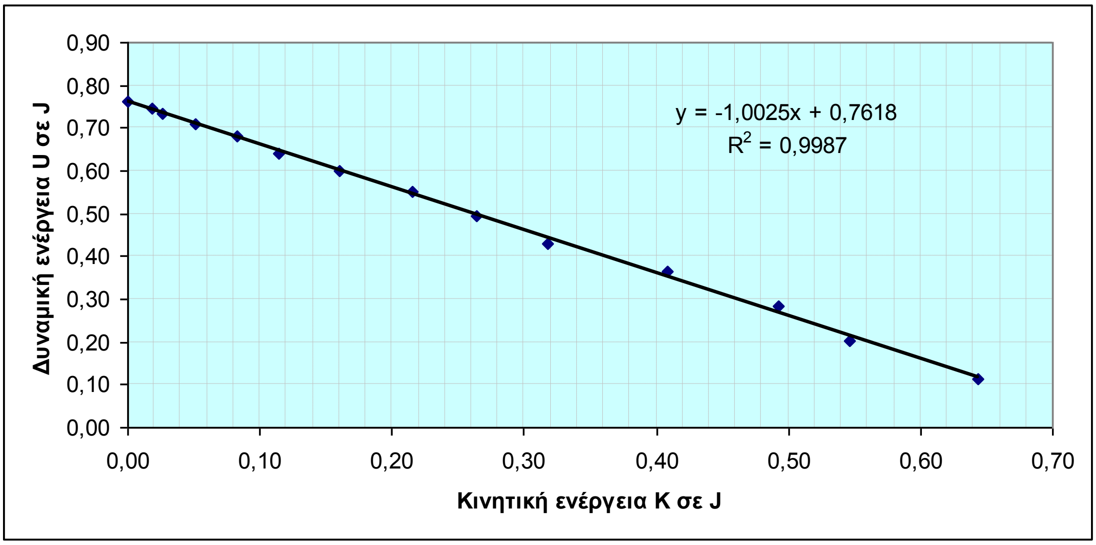
Πάντως με την παραπάνω ανάλυση, είτε αυτή που κάνει ο εργαστηριακός οδηγός είτε αυτή που προτείνουμε εμείς, δεν είναι καθόλου εύκολο να πείσουμε τους μαθητές μας ότι το μέγεθος της μηχανικής ενέργειας παραμένει σταθερό. Γενικότερα είναι δύσκολο μέσα από ένα πείραμα να διαπιστώσουμε αν ένα μέγεθος παραμένει σταθερό (διατηρείται), αφού λόγω των πειραματικών σφαλμάτων οι τιμές που θα βρίσκουμε γι αυτό το μέγεθος κάθε φορά θα είναι διαφορετικές. Οπότε είναι εύκολο να καταλήξουμε σε λανθασμένα συμπεράσματα. Αν για παράδειγμα έχουμε ένα μαθηματικό εκκρεμές και εκτρέποντάς το πάντα κατά την ίδια γωνία, μετράμε το χρόνο 10 αιωρήσεων, το αποτέλεσμα θα είναι κάθε φορά διαφορετικό (εφόσον η μέτρηση γίνει με χρονόμετρο ακρίβειας δεκάτου ή εκατοστού του δευτερολέπτου). Αυτό όμως δε σημαίνει ότι ο χρόνος των 10 αιωρήσεων από την ίδια γωνία είναι πράγματι διαφορετικός.
Μια καλύτερη μεθοδολογία για να διαπιστώσουμε αν ισχύει ή όχι πειραματικά η Α.Δ.Μ.Ε, είναι να κάνουμε τη γραφική παράσταση U-K. Αν ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε τότε θα ισχύει ότι U+K=σταθ → U= σταθ – K οπότε η γραφική παράσταση της U=f(K) θα πρέπει να είναι μία ευθεία με κλίση -1. Κάνοντας τη γραφική παράσταση μπορούμε να διαπιστώσουμε τόσο την ακρίβεια των μετρήσεών μας, όσο και την ορθότητας της υπόθεσης, αν δηλαδή ισχύει ή όχι η ΑΔΜΕ στα όρια των πειραματικών μας σφαλμάτων, αφού είναι εύκολο να διαπιστώσουμε κατά πόσο τα πειραματικά μας σημεία είναι πάνω σε μία ευθεία η οποία έχει κλίση -1.

Παρακάτω βλέπετε τις γραφικές παραστάσεις U-K με τη μεθοδολογία του εργαστηριακού οδηγού καθώς και με τη μεθοδολογία που προτείνουμε:



Μεθοδολογία του εργαστηριακού οδηγού

Παρατηρούμε ότι ακολουθώντας την επεξεργασία που προτείνει ο εργαστηριακός οδηγός αρκετά σημεία βρίσκονται μακριά από την ευθεία. Αυτό δεν προέρχεται από τα πειραματικά σφάλματα, αλλά από την λανθασμένη επεξεργασία των δεδομένων και πιο συγκεκριμένα από τον λανθασμένο τρόπο υπολογισμού των ταχυτήτων, όπως προαναφέραμε.



Μεθοδολογία που βασίζεται στο μοντέλο της Ε.Ο.Ε κίνησης

Από την παραπάνω γραφική παράσταση φαίνεται εμφανώς ότι η Α.Δ.Μ.Ε ισχύει με αρκετά μεγάλη ακρίβεια αφού αφενός τα σημεία είναι πολύ κοντά στην ευθεία και αφετέρου η κλίση της ευθείας είναι με πολύ καλή προσέγγιση ίση με -1.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

1. Ο υπολογισμός των ταχυτήτων που προτείνει ο εργαστηριακός οδηγός δεν είναι σωστός.
2. Η κίνηση που περιγράφει η φωτογραφία είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.
3. Με αυτή την προϋπόθεση μπορούμε να υπολογίσουμε σωστά τις ταχύτητες τις ταχύτητες.
4. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιεί ο εργαστηριακός οδηγός ώστε να καταλήξει στην ισχύ της Α.Δ.Μ.Ε δεν είναι η ενδεδειγμένη.
5. Τα πειραματικά δεδομένα της άσκησης αναδεικνύουν ότι ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε με ακρίβεια μικρότερη από 2%

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΤΗΣ Α.Δ.Μ.Ε ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΜΕΤΡΗΤΗ

ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ:

Θα χρειαστούμε:

1. Ηλεκτρονικό χρονομετρητή με φωτοπύλες
2. Μέτρο
3. Μεταλλική μπίλια
4. Ένα νήμα της στάθμης
5. Ένα κυπελλάκι με πλαστελίνη
6. Μία βάση, μεταλλική ράβδο 0,5 ή 1m, δύο συνδετήρες δοκιμαστικών σωλήνων και δύο ταυ

Τοποθετούμε τον ηλεκτρομαγνήτη και κάτω από αυτόν τις δύο φωτοπύλες μέσω των συνδέσμων κατακόρυφα στην μεταλλική ράβδο. Περνάμε το νήμα της στάθμης από την τρυπούλα του πυρήνα του ηλεκτρομαγνήτη και ρυθμίζουμε τις θέσεις των δύο φωτοπυλών ώστε να περνάει το νήμα της στάθμης ακριβώς από τη μέση τους. .

ΛΗΨΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Από την επιλογή των συναρτήσεων του χρονομετρητή επιλέγου την gravity acceleration. Με αυτή την επιλογή ανάβει το φωτάκι που δείχνει τη λειτουργία του ηλεκτρομαγνήτη. Τοποθετούμε την μπίλια στον ηλεκτρομαγνήτη.

Μετράμε την απόσταση από το κάτω μέρος της μπίλιας όταν αυτή είναι κολλημένη στον ηλεκτρομαγνήτη, μέχρι την πρώτη και μέχρι τη δεύτερη φωτοπύλη. Σημειώνουμε τα δύο μήκη στον παρακάτω πίνακα.

Πατάμε το κουμπί της συνάρτησης gravity acceleration. Μόλις το πατήσουμε σταματάει να διαρρέεται από ρεύμα ο ηλεκτρομαγνήτης, οπότε πέφτει η μπίλια και αρχίζει και μετράει ο χρόνος. Αν η μπίλια περάσει από τις δύο φωτοδιόδους πριν πέσει στο καπελάκι με την πλαστελίνη, ο χρονομετρητής θα μας δείξει δύο χρόνους. Σημειώνουμε τους δύο χρόνους στον παρακάτω πίνακα.

Αλλάζουμε τις θέσεις των φωτοπυλών και επαναλαμβάνουμε το πείραμα άλλες δύο φορές. Έτσι έχουμε μετρήσει συνολικά 6 μήκη και 6 χρόνους. Ζυγίζουμε την μπίλια και στη συνέχεια συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα. Για την συμπλήρωση του ύψους h χρησιμοποιούμε τη σχέση $h=y_{max}-y$, Με άλλα λόγια παίρνουμε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το χαμηλότερο σημείο που τοποθετήσαμε τη δεύτερη φωτοπύλη κατά τη διάρκεια όλου του πειράματος.

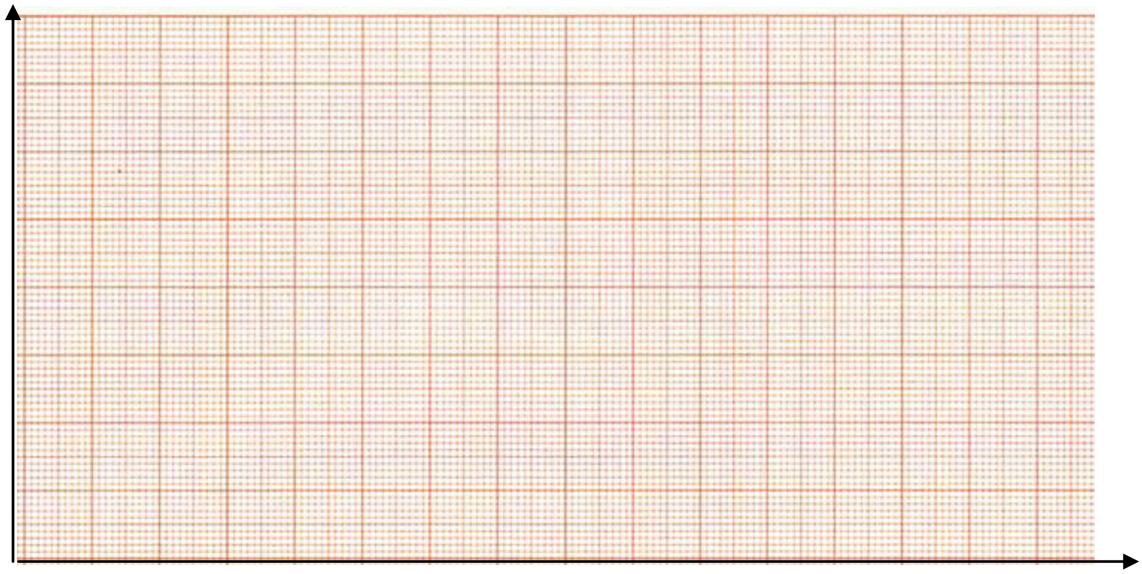
Για τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργεια παίρνουμε g=9,8m/s2

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας παίρνουμε τη σχέση u=gt θεωρώντας ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g.

y (σε cm)	t (σε s)	h (σε cm)	u (cm/s)	U=mgh (σε J)	K=1/2mu^2 (σε J)	U+K

Από την τελευταία στήλη μπορείτε να διαπιστώσετε αν η μηχανική ενέργεια διατηρείται ή όχι

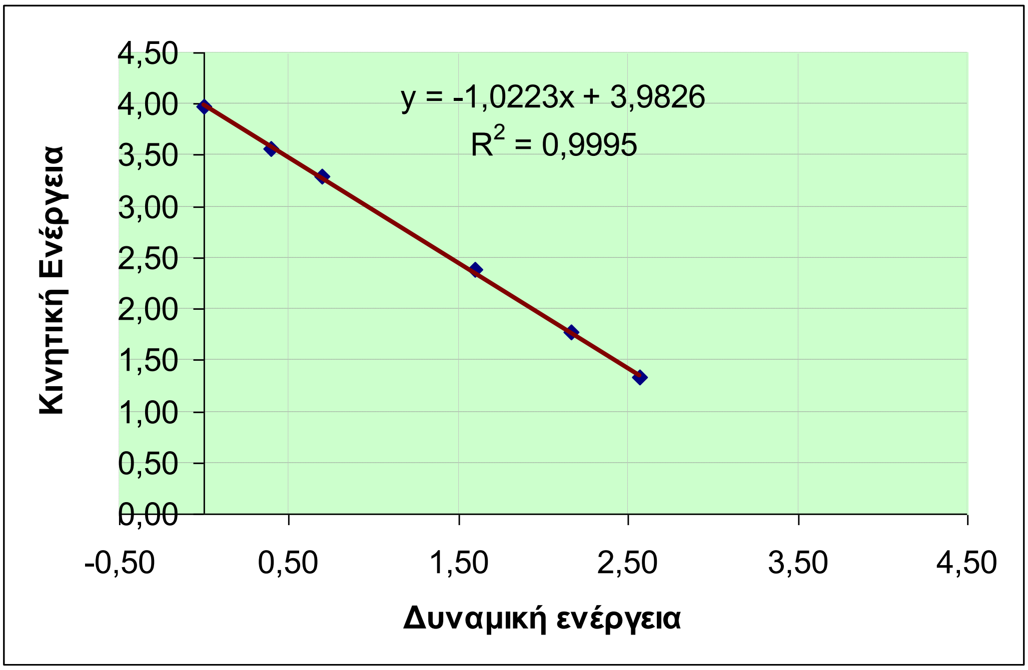
Κάντε τη γραφική παράσταση K=f(U). Τι περιμένετε να είναι αυτή η γραφική παράσταση;



Ενδεικτικές μετρήσεις

y (σε cm)	t (σε ms)	h (σε cm)	u (cm/s)	U=mgh (σε J)	$K=1/2mu^2$ (σε J)	U+K
12,8	166,4	26,2	163	2,57	1,33	3,90
17,0	192,4	22,0	189	2,16	1,78	3,93
22,7	222,4	16,3	218	1,60	2,38	3,97
32,0	261,7	7,0	256	0,69	3,29	3,97
35,0	272,1	4,0	267	0,39	3,56	3,95
39,0	287,8	0,0	282	0,00	3,98	3,98

Παρατηρούμε ότι το άθροισμα U+K=3,95±0,05 J
Δηλαδή το σφάλμα είναι της τάξεως 0,05/3,95*100=1%



Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση είναι ευθεία με κλίση -1. Άρα μεταξύ των μεγεθών U και K ισχύει η σχέση

K = Σταθ – U $\rightarrow$ K + U = Σταθ