ΜΗΠΩΣ ΕΙΝΑΙ ΣΦΑΛΜΑ ΝΑ ΜΗ ΔΙΔΑΣΚΟΥΜΕ ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ;

Το τι ύλη θα πρέπει να διδάσκουμε και σε ποιο βάθος νομίζω ότι είναι ένα ερώτημα που ταλανίζει από παλιά τον εκπαιδευτικό κόσμο. Ένα ερώτημα που δέχεται πολλές και διαφορετικές απαντήσεις που η κάθε μία έχει και πολλά σοβαρά επιχειρήματα να προτάξει. Όλοι όμως θα συμφωνούσαμε νομίζω ότι στις Φυσικές Επιστήμες μεγαλύτερη σημασία από την ύλη έχει η διαδικασία. Και αυτό γιατί οι διαδικασίες που ακολουθούμε στις Φυσικές επιστήμες είναι σχεδόν δεδομένες και αμετάβλητες. Ενώ αντίθετα με την εξέλιξη των φυσικών επιστημών και της τεχνολογίας κάποια γνωστικά αντικείμενα αποκτούν μεγαλύτερο ενδιαφέρον ενώ κάποια άλλα μετατοπίζονται στο χρονοντούλαπο της ιστορίας.

Η διδασκαλία των σφαλμάτων νομίζω ότι αναφέρεται περισσότερο στη μεθοδολογία παρά στο καθ' αυτού γνωστικό αντικείμενο, γι αυτό έχει μία διαχρονική αξία. Αλλά το ερώτημα παραμένει. Γιατί να διδάσκουμε τα σφάλματα (τις αβεβαιότητες πιο σωστά) στις Φ.Ε της Β/θμιας Εκ/σης;

Η απάντηση βρίσκεται στην εξής αρχή των Φ.Ε: Κάθε μοντέλο – θεωρία που φτιάχνουμε για οποιοδήποτε φυσικό φαινόμενο πρέπει να συνάδει με το πείραμα - παρατήρηση. Η απόφαση όμως αν η θεωρία μας επαληθεύεται ή διαψεύδεται από τα πειραματικά δεδομένα δεν είναι τόσο απλή. Για να πάρουμε μία σωστή απόφαση αν τα πειραματικά ή παρατηρησιακά δεδομένα μας επαληθεύουν το μοντέλο μας, θα πρέπει να γνωρίζουμε την αβεβαιότητα των μετρήσεών μας. Αφού η άγνοια της αβεβαιότητας θα μας οδηγήσει πολύ πιθανό και σε λάθος συμπεράσματα. Για να γίνουμε πιο κατανοητοί ας αναφερθούμε σε ορισμένα παραδείγματα.

Έστω ότι κάνουμε ένα πείραμα με το οποίο επιδιώκουμε να επαληθεύσουμε πειραματικά την αρχή διατήρησης της ορμής σε μία κρούση. Το πείραμα προσδιόρισε την ορμή πριν από την κρούση ίση με Ραρχ = 0,89Kgm/s ενώ μετά την κρούση ίση με Ρτελ=0,86Kgm/s

Η πρώτη παρατήρηση είναι ότι σε καμία περίπτωση ακόμη και σε πανεπιστημιακό επίπεδο, όσο τέλεια όργανα και να χρησιμοποιούσαμε, οι ορμές δεν θα έβγαιναν απόλυτα ίσες. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι όταν μετράμε ένα μέγεθος, ο αριθμός που εκφράζει το μέτρο του μεγέθους είναι ένας άρρητος αριθμός. Δηλαδή ένας αριθμός με άπειρα δεκαδικά ψηφία. Και αυτό συμβαίνει γιατί οι άρρητοι αριθμοί είναι απείρως περισσότεροι από τους ρητούς. Έτσι επιλέγοντας από το σακουλάκι της τύχης έναν αριθμό ο οποίος μπορεί να εκφράζει μία ορμή, το πιο πιθανό είναι να είναι άρρητος. Με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια κάνουμε το πείραμα, τόσο περισσότερα ψηφία του αριθμού προσδιορίζουμε. **Άρα δεν υπάρχει πειραματική μέτρηση χωρίς αβεβαιότητα.** Η θεωρία σφαλμάτων μας μαθαίνει πώς να προσδιορίζουμε σε ένα πείραμα αυτήν ακριβώς την αβεβαιότητα. Οι μαθητές που πραγματοποίησαν το παραπάνω πείραμα προσδιόρισαν την αβεβαιότητα σε 0,01Kgm/s.

Έτσι Ραρχ=0,89±0,01 Kgm/s και Ρτελ=0,86±0,01 Kgm/s

Παρατηρούμε ότι λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες των μετρήσεων καταλήγουμε ότι Ραρχ ≠ Ρτελ

Από κει και πέρα πρέπει να μελετήσουμε γιατί σε αυτό το πείραμα **δεν** ισχύει η Α.Δ.Ο

Ας πούμε ότι θέλουμε να βρούμε αν η περίοδος ενός μαθηματικού εκκρεμούς εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης για πλάτη από 0-45 μοίρες. Χρησιμοποιώντας ένα χρονόμετρο κουζίνας και ένα εκκρεμές μήκους 1m και μετρώντας 10 περιόδους πήραμε τις παρακάτω μετρήσεις:

Γωνία φ	10T	T
5	20	2,0
15	20	2,0
25	21	2,1
35	21	2,1
45	21	2,1

Η αβεβαιότητα του χρονόμετρου που χρησιμοποιήσαμε ήταν 1s άρα η περίοδος μέσα στα όρια ακρίβειας του πειράματος είναι ανεξάρτητη του πλάτους. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι αν αυξάναμε την ακρίβεια του πειράματος θα καταλήγαμε στο ίδιο συμπέρασμα. Αυτό ισχύει σχεδόν για όλα τα πειράματα.

Με άλλα λόγια όταν καταλήγουμε σε κάποιο συμπέρασμα θα πρέπει να επισημαίνουμε στους μαθητές μας, ότι πότε δεν είμαστε απόλυτα βέβαιοι ότι το συμπέρασμα αυτό είναι σωστό. Θα πρέπει πάντα να έχουμε στο μυαλό μας ότι **κάθε συμπέρασμα είναι σωστό στα όρια της ακρίβειας του πειράματος.**

Πολλές φορές υπολογίζουμε λάθος την αβεβαιότητα ενός πειράματος, αφού αυτό που κάνουμε είναι να συγκρίνουμε τη τιμή ενός μεγέθους που βρήκαμε πειραματικά με την τιμή που αναφέρεται στη βιβλιογραφία. Αυτή η σύγκριση δεν δίνει την αβεβαιότητα του πειράματός μας αφού το μοντέλο που χρησιμοποιούμε μπορεί να είναι λανθασμένο ή να υπάρχουν συστηματικά σφάλματα που δεν τα λάβαμε υπόψη. Πχ έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε το g με τη βοήθεια φωτοπυλών. Αφήνουμε μία μπίλια από κάποιο ύψος και μετράμε το χρόνο που κάνει για να διανύσει από αυτό το ύψος. Από τη σχέση

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

Προσδιορίζουμε το g και το συγκρίνουμε με την τιμή $g=9{,}8 m/s^2$.

Για το σωστό προσδιορισμό της αβεβαιότητας πρέπει να επαναλάβουμε 5-10 φορές το πείραμα και να βρούμε την τιμή της επιτάχυνσης για κάθε μία από αυτές. Η διακύμανση της τιμής Δg=(gmax-gmin)/2 δίνει μία καλή προσέγγιση στο επίπεδο που συζητάμε για την αβεβαιότητα της μέτρησης. (Στην πραγματικότητα η αβεβαιότητα είναι λίγο μικρότερη από τη διακύμανση). Έστω λοιπόν ότι επαναλάβαμε το πείραμα 5 φορές και βρήκαμε:

$a = 9{,}4 \pm 0{,}2\ m/s^2$

Το συμπέρασμα είναι ότι αποδείξαμε πειραματικά ότι το σώμα δεν εκτελεί ελεύθερη πτώση αφού a≠g. Δεν ξέρουμε βέβαια αν η κίνηση που έκανε η μπίλια ήταν Ε.Ο.Ε. Αυτό μπορούμε να το εξετάσουμε αν πάρουμε μετρήσεις για διάφορα ύψη και κάνουμε τη γραφική παράσταση $h – t^2$. Αν είναι ευθεία τότε η κίνηση είναι Ε.Ο.Ε όχι όμως ελεύθερη πτώση αφού α≠g. Γιατί το σώμα δεν κάνει ελεύθερη πτώση; Αυτό μπορεί να οφείλεται σε συστηματικά σφάλματα μέτρησης των φωτοπυλών ή στην αντίσταση του αέρα ή σε κάτι άλλο. Το πώς θα διερευνήσουμε τι ακριβώς συμβαίνει και α≠g είναι ένα πολύ ενδιαφέρον θέμα.

Ένα άλλο λάθος που κάνουμε τακτικά είναι να μην δίνουμε σημασία στον τρόπο γραφής των πειραματικών δεδομένων. Δηλαδή να μην μαθαίνουμε στους μαθητές ότι άλλο παριστάνει η γραφή $g=9{,}8 m/s^2$ και άλλο η $g=9{,}80 m/s^2$ αφού τα μηδενικά στο τέλος μας δίνουν και την ακρίβεια της μέτρησης. Αυτό δεν είναι απλά μία ιδιοτροπία των φυσικών σχετικά με τη γραφή των πειραματικών δεδομένων αλλά μία βασική αρχή της θεωρίας σφαλμάτων σχετικά με τον τρόπο που μεταδίδονται τα σφάλματα. Η αρχή αυτή λέει ότι:

1) Αν προσθέτουμε ή αφαιρούμε δύο πειραματικά δεδομένα κρατάμε τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία.
2) Αν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε δύο πειραματικά δεδομένα κρατάμε τα λιγότερα σημαντικά ψηφία (δηλαδή όλα τα ψηφία εκτός των αρχικών μηδενικών)

Τη σημασία της παραπάνω αρχής θα τη δώσουμε με δύο παραδείγματα.

Ζητάμε από τους μαθητές να υπολογίσουν το εμβαδόν μίας σελίδας Α4

Μετρώντας με ένα χαρακάκι τις διαστάσεις ενός φύλλου Α4 βρίσκουμε:
$\alpha = 21{,}0$ cm
$\beta = 29{,}7$ cm

επειδή η ακρίβεια που έχει το χαρακάκι είναι 1mm=**0,1cm** οι παραπάνω τιμές θα πρέπει να γραφτούν

$\alpha = 21{,}0 \pm 0{,}1$ cm
$\beta = 29{,}7 \pm 0{,}1$ cm

οι μαθητές που δεν έχουν ακούσει τίποτα για τα σφάλματα θα έγραφαν το εμβαδόν ως
$S=\alpha\beta=623{,}7 \text{ cm}^2$

ο αριθμός όμως αυτός έχει 4 σημαντικά ψηφία ενώ οι α και β έχουν 3 σημαντικά ψηφία. Άρα η σωστή γραφή του εμβαδού είναι η: $S=624 \text{ cm}^2$

πόσο όμως είναι το σφάλμα μέτρησης του εμβαδού;
$\alpha_{min} = 20{,}9$ cm $\alpha_{max}= 21{,}1$ cm
$\beta_{min} = 29{,}6$ cm $\beta_{max}= 29{,}8$ cm
-------------------- -------------------
$S_{min} = 619 \text{ cm}^2$ $S_{max} = 629 \text{ cm}^2$

Άρα $S = 624 \pm 5 \text{ cm}^2$

Το σφάλμα αυτό μπορεί να προσδιοριστεί προσθέτοντας τα σφάλματα % των μεγεθών α και β. Δηλαδή το 0,1 στο 21,0 αντιστοιχεί σε σφάλμα 0,48% ενώ το 0,1 στο 29,7 σε σφάλμα 0,33%. Άρα το σφάλμα στο εμβαδόν θα είναι το (0,33+0,48)/100*624=5

Άρα όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε δύο μεγέθη τα ποσοστιαία % σφάλματα προστίθενται.

Μία ομάδα μαθητών πήρε τις παρακάτω μετρήσεις για τη μάζα και τον όγκο της πλαστελίνης. Πως θα πρέπει να συμπληρωθεί η στήλη της πυκνότητας;

Μάζα (g)	**Όγκος (mL)**	**Πυκνότητα (g/mL) Ότι προκύπτει από τη διαίρεση**	**Πυκνότητα (g/mL) Λαμβάνοντας υπόψη τα σημαντικά ψηφία**
83,1	40	2,0775	2,1
64,2	31	2,0709677	2,1
51,6	24	2,15	2,1
43,7	21	2,0809523	2,1
30,0	14	2,1428571	2,1

Αν δεν λάβουμε υπόψη τον κανόνα των σημαντικών ψηφίων και γράψουμε ότι εμφανίζεται στο κομπιουτεράκι, θα συμπληρώσουμε τη $3^η$ στήλη και θα βγάλουμε το συμπέρασμα ότι η πυκνότητα δεν είναι σταθερή. Αν λάβουμε υπόψη τον κανόνα των σημαντικών ψηφίων, τότε η στήλη της πυκνότητας θα είναι όπως η $4^η$ απ’ όπου φαίνεται ξεκάθαρα ότι η πυκνότητα είναι σταθερή.

<u>Και για το τέλος κάτι επίκαιρο:</u>
Γνωρίζοντας κάποιος τις βασικές αρχές της θεωρίας σφαλμάτων, διαπιστώνει εύκολα ότι κανένα προεκλογικό γκάλοπ δεν είναι επιστημονικά ορθό, αφού μετά τις εκλογές δεν υπάρχει ούτε ένα (τουλάχιστον από αυτά που βρήκα στο διαδίκτυο για τις τελευταίες εκλογικές αναμετρήσεις) που να επαληθεύτηκε σε σχέση με το σφάλμα που οι ίδιες οι εταιρείες είχαν ανακοινώσει. Με την έννοια βέβαια ότι ως επιτυχή πρόβλεψη εννοούμε αυτήν που για όλα τα κόμματα η πρόβλεψη απείχε από την πραγματική τιμή λιγότερο από το σφάλμα που είχε ανακοινώσει η εταιρεία (συνήθως 3% όσο το ποσοστό για την εισαγωγή ενός κόμματος στη Βουλή).