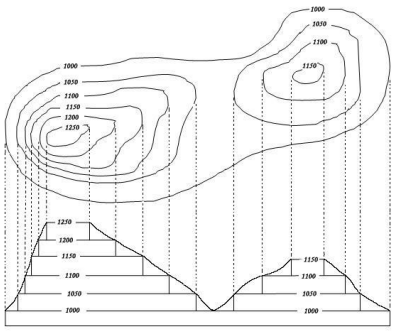
ΤΑ ΦΥΣΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΚΑΙ ΤΑΣΗ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΜΙΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ

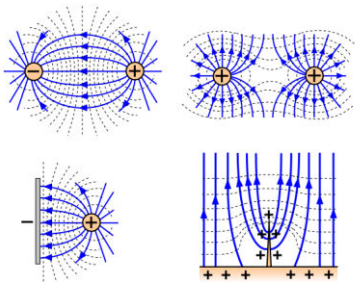
Η δυσκολότερη έννοια που αντιμετώπισα όταν ήμουν μαθητής Λυκείου ήταν χωρίς αμφιβολία η έννοια του Δυναμικού και κατά συνέπεια και της διαφοράς δυναμικού- τάσης. Ο τύπος $V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q}$ αποτελούσε έναν γρίφο ακόμη και για τους καλύτερους μαθητές.

Σε όλη την πορεία της καριέρας μου ως καθηγητής, για την ευκολότερη κατανόηση των μεγεθών αυτών από τη μεριά των μαθητών μου χρησιμοποιούσα διάφορες αντιστοιχίες. Έτσι για το δυναμικό χρησιμοποιούσα την αντιστοιχία του με το βαρυτικό πεδίο, αντιστοιχώντας το μέγεθος του δυναμικού με το υψόμετρο. Έτσι οι ισουψείς καμπύλες ενός χάρτη αντιστοιχούν με τις ισοδυναμικές καμπύλες ενός ηλεκτρικού πεδίου. Με άλλα λόγια η γνώση του δυναμικού σε ένα ηλεκτρικό πεδίο αντιστοιχεί στη γνώση του ανάγλυφου ενός γεωγραφικού χάρτη. Η υψομετρική διαφορά αντιστοιχεί στη διαφορά δυναμικού ή αλλιώς τάση (προς κίνηση) ενός φορτίου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Όπως όταν γνωρίζουμε το ανάγλυφο μπορούμε να καταλάβουμε πως θα κινηθούν τα νερά της βροχής, έτσι και όταν γνωρίζουμε το δυναμικό σε κάθε σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου, μπορούμε να κατανοήσουμε την κίνηση των φορτίων που θα βρεθούν μέσα σε αυτό το πεδίο. Με την εξής όμως διαφορά. Ότι στο ηλεκτρικό πεδίο υπάρχουν δύο ειδών φορτία τα θετικά και τα αρνητικά. Τα ηλεκτρικά φορτία κινούνται κανονικά όπως τα νερά της βροχής. Δηλαδή από τα υψηλά δυναμικά στα χαμηλά. Τα αρνητικά φορτία όμως κινούνται ανάποδα. Από τα χαμηλά δυναμικά στα υψηλά. Κινούνται δηλαδή όπως οι σολομοί που για να γεννήσουν τ' αυγά τους, ταξιδεύουν από τις θάλασσες προς τις πηγές των ποταμών.

Την τάση μπορούμε να την αντιστοιχήσουμε και με την πίεση (τάση του νερού προς κίνηση) που έχει η βρύση μας. Η τάση που παρουσιάζει το νερό της βρύσης μας για να κινηθεί εξαρτάται από δύο παράγοντες. Από την ένταση του πεδίου βαρύτητας g και από την υψομετρική διαφορά της βρύσης μας από το υδραγωγείο. Δηλαδή V=gh. Ο αντίστοιχος τύπος για τον ηλεκτρισμό είναι ο V=Eℓ όπου E η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και ℓ η απόσταση δύο σημείων κατά μήκων των δυναμικών γραμμών του πεδίου.



Υψομετρικές καμπύλες



Δυναμικές γραμμές, ισοδυναμικές επιφάνειες

Σε αυτό το σημείωμα θα προτείνω και μία άλλη αντιστοιχία η οποία αναδεικνύει πιο γλαφυρά τη σύνδεση μεταξύ του δυναμικού της τάσης και της ενέργειας.

Η αντιστοιχία ξεκινάει ως εξής:

Την παλιά εποχή πριν ανακαλυφθεί ο ηλεκτρισμός, υπήρχε στους πρόποδες ενός βουνού ένα εργοστάσιο ξυλείας. Τα ξύλα κάθε μέρα φορτωνόντουσαν σε μουλάρια και πουλιόντουσαν στην πόλη που ήταν πέρα στο κάμπο. Τα μουλάρια επιστρέφανε χωρίς φορτίο το βράδυ στο εργοστάσιο. Ο λογιστής του εργοστασίου, για να υπολογίσει την ημερήσια παραγωγή του εργοστασίου μετρούσε δύο μεγέθη. Πόσα μουλάρια φεύγουν κάθε μέρα από το εργοστάσιο και με πόσα κιλά ξύλα είναι

φορτωμένο το κάθε μουλάρι. Το γινόμενο αυτών των δύο μεγεθών έδινε την ημερήσια παραγωγή του εργοστασίου.
Το πρώτο μέγεθος, δηλαδή ο αριθμός των μουλαριών, αντιστοιχεί στον ηλεκτρισμό με την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος. Πράγματι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος μας δείχνει ουσιαστικά πόσα ηλεκτρόνια περνάνε από μια διατομή ενός αγωγού (στην είσοδο του εργοστασίου) ανά μονάδα χρόνου. (Βέβαια στον ηλεκτρισμό πολλαπλασιάζουμε και με μία σταθερά, το φορτίο του ηλεκτρονίου που σε κάποια όμως συστήματα μονάδων μέτρησης η σταθερά αυτή ισούται με τη μονάδα). Το δεύτερο μέγεθος που έχει να κάνει με το πόσα κιλά ξύλα φορτώνουμε το κάθε μουλάρι, αντιστοιχεί με το μέγεθος του δυναμικού το οποίο στον ηλεκτρισμό το ορίζουμε ως τη δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου. Δηλαδή το πόση ενέργεια κουβαλάει το κάθε φορτίο.

Αριθμός των μουλαριών που βγαίνουν από το εργοστάσιο ανά εικοσιτετράωρο → ένταση ρεύματος

Κιλά από ξύλα που είναι φορτωμένο το κάθε μουλάρι → Δυναμικό

Που μπαίνει όμως στην αντιστοιχία μας η τάση, η αλλιώς διαφορά δυναμικού; Ας υποθέσουμε ότι στην πόλη δεν πουλιούνται όλα τα ξύλα. Τότε μοιράζουμε τα ξύλα που έχουν εναπομείνει σε όλα τα μουλάρια, ώστε το κάθε μουλάρι στην επιστροφή να κουβαλάει τα ίδια κιλά από ξύλα. Τώρα ο λογιστής για να υπολογίσει πόσα ξύλα πουλήθηκαν σε καθημερινή βάση, θα πρέπει να αφαιρέσει από τα ξύλα που κουβαλάει το κάθε μουλάρι φεύγοντας από το εργοστάσιο, τα ξύλα που κουβαλάει επιστρέφοντας. Τον αριθμό που θα βρει από την αφαίρεση θα πρέπει να τον πολλαπλασιάσει με τον αριθμό των μουλαριών. Έτσι το πόσα ξύλα πουλήθηκαν στην πόλη θα δίνεται πλέον από τη σχέση:

Ξύλα/24ωρο= (Κιλά ξύλων φεύγοντας-κιλά ξύλων επιστρέφοντας)*αριθμό μουλαριών/24ωρο

Η αντίστοιχη σχέση στον ηλεκτρισμό είναι η (V1-V2)*I=V*I

Ένα εργοστάσιο ηλεκτρισμού δεν παράγει ξύλα, αλλά ηλεκτρική ενέργεια. Το πόση ηλεκτρική ενέργεια μεταφέρεται ανά μονάδα χρόνου ονομάζεται ισχύς. Έτσι η ισχύς ενός ηλεκτρικού εργοστασίου θα δίνεται από τον τύπο:

$$P=V\cdot I$$

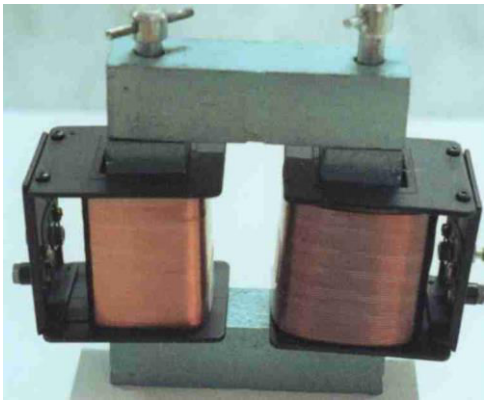
Για να τιμήσουμε τους φυσικούς που πρώτοι αυτοί ασχολήθηκαν με τα φαινόμενα του ηλεκτρισμού, δώσαμε τα ονόματά τους στα παραπάνω μεγέθη. Έτσι

Η ισχύς **P**	μετριέται σε **W**	Τζέιμς Βατ 1736- 1819 Σκωτσέζος, μηχανικός
Η τάση **V**	μετριέται σε **V**	Αλεσάντρο Βόλτα 1745 -1827 Ιταλός φυσικός
Η ένταση ρεύματος **I**	μετριέται σε **A**	Αντρέ-Μαρί Αμπέρ 1775 - 1836 Γάλλος φυσικός

Το πρόβλημα της μεταφοράς

Έστω ότι κατά τη μεταφορά των ξύλων από το εργοστάσιο στην πόλη, από το κάθε μουλάρι πέφτει 1 κιλό ξύλα. Αν φορτώναμε το κάθε μουλάρι με 2 κιλά ξύλα, τότε απώλεια του ενός κιλού αντιστοιχεί σε ποσοστό απωλειών 50%. Αν όμως το φορτώναμε με 10 κιλά ξύλα, τότε η απώλεια του 1 κιλού αντιστοιχεί σε ποσοστό 10%. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι όσο περισσότερο φορτώνουμε το κάθε μουλάρι, τόσο ελαττώνεται το ποσοστό απωλειών. Τόσο βέβαια ελαττώνεται και ο αριθμός των μουλαριών που χρειαζόμαστε για τη μεταφορά.
Το ίδιο συμβαίνει και με τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας. Όσο μεγαλύτερη είναι η τάση με την οποία μεταφέρεται η ηλεκτρική ενέργεια τόσο λιγότερες απώλειες έχουμε κατά τη μεταφορά. Έτσι ακολουθούμε την εξής πρακτική. Στην έξοδο του εργοστασίου, ανεβάζουμε τη τάση σε μερικές χιλιάδες V. Με αυτή την υψηλή τάση μεταφέρεται μέσω των καλωδίων η ηλεκτρική ενέργεια. Όταν όμως φθάνει στην πόλη, περνάει πρώτα από κάποιο υποσταθμό που εκεί η τάση κατεβαίνει στα 220V και στη συνέχεια μοιράζεται στα σπίτια μας. Για να μετασχηματιστεί εύκολα η τάση, θα πρέπει να είναι εναλλασσόμενη. Δηλαδή να μην έχει σταθερή πολικότητα, αλλά η πολικότητά της να εναλλάσσεται συνεχώς. Γι αυτό το λόγο, η τάση που παρέχει η πρίζα του σπιτιού μας δεν είναι σταθερή όπως η τάση μιας μπαταρίας, αλλά εναλλάσσεται περίπου 50 φορές το δευτερόλεπτο.
Από την παραπάνω αντιστοιχία καταλαβαίνουμε ότι όταν ένας μετασχηματιστής ανεβάζει την τάση, τότε κατεβαίνει η ένταση του ρεύματος και αντιστρόφως.

Μετασχηματιστής σε κολώνα της ΔΕΗ

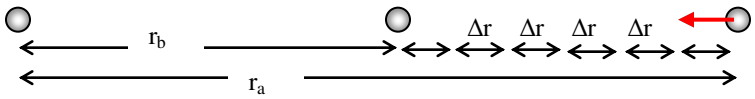


Μετασχηματιστής στο εργαστήριο

ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Ένας βασικός τύπος που χρησιμοποιείται στο λύκειο είναι ο τύπος που δίνει το δυναμικό και την δυναμική ενέργεια ενός ηλεκτροστατικού πεδίου. Ο τύπος αυτός δίνεται χωρίς απόδειξη, αφού η απόδειξη όπως λένε τα σχολικά βιβλία απαιτεί ανώτερα μαθηματικά. Εμείς θα επιχειρήσουμε να δώσουμε την απόδειξη του τύπου, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά που είναι γνωστά στους μαθητές.
Ως γνωστό η δύναμη με την οποία έλκονται ή απωθούνται δύο σημειακά φορτία στο κενό δίνεται από τη σχέση (1). Όταν τα φορτία είναι ετερώνυμα η δύναμη είναι ελκτική.

$$F = K_{\eta\lambda}\frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (1)$$



Το πρόβλημα που τίθεται είναι να υπολογίσουμε το έργο που παράγεται από τη δύναμη του ηλεκτροστατικού πεδίου όταν πλησιάζει το ένα φορτίο, από απόσταση r_a σε απόσταση r_b. Η δυσκολία του προβλήματος εντοπίζεται στο γεγονός ότι κατά τη μετακίνηση η δύναμη συνεχώς μεταβάλλεται. Έτσι ο ορισμός του έργου δεν ισχύει, αφού ως γνωστό για να εφαρμόσουμε τον ορισμό θα πρέπει η τροχιά να είναι ευθεία και η δύναμη διανυσματικά σταθερή. Για να ξεπεράσουμε αυτό το εμπόδιο, χωρίζουμε το διάστημα $r_b - r_a$ σε N ίσα τμήματα Δr. Για το κάθε τέτοιο τμήμα αρκετά μικρό (αφού το N αρκετά μεγάλο) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η δύναμη είναι σταθερή αφού δεν προλαβαίνει να αλλάξει αισθητά το μέτρο της, οπότε μπορούμε πλέον να εφαρμόσουμε τον ορισμό του έργου για το κάθε τέτοιο διάστημα και να υπολογίσουμε το αντίστοιχο στοιχειώδες έργο. Τέλος προσθέτουμε όλα τα στοιχειώδη έργα και έχουμε το ζητούμενο έργο.

$$W_{o\lambda} = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \ldots + \Delta W_N \rightarrow W_{o\lambda} = F_1\Delta r + F_2\Delta r + F_3\Delta r + \ldots + F_N\Delta r$$

Αντικαθιστώντας τη δύναμη από το νόμο του Coulomb έχουμε:

$$W_{o\lambda} = K_{\eta\lambda}|q_1 q_2|\left\{\frac{\Delta r}{(r_a-\Delta r)^2} + \frac{\Delta r}{(r_a-2\Delta r)^2} + \frac{\Delta r}{(r_a-3\Delta r)^2} + \ldots + \frac{\Delta r}{(r_a-N\Delta r)^2}\right\}$$

Όλο το πρόβλημα τώρα ανάγεται στο να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το άθροισμα της αγκύλης. Για τον υπολογισμό αυτόν γράφουμε κάποιο κλάσμα ως εξής

$$\frac{\Delta r}{(r_\alpha - k\Delta r)^2} = \frac{(r_\alpha - (k-1)\Delta r) - (r_\alpha - k\Delta r)}{(r_\alpha - k\Delta r)\cdot(r_\alpha - k\Delta r)} \rightarrow$$

$$\frac{\Delta r}{(r_\alpha - k\Delta r)^2} \approx \frac{(r_\alpha - (k-1)\Delta r) - (r_\alpha - k\Delta r)}{(r_\alpha - k\Delta r)\cdot(r_\alpha - k\Delta r + \Delta r)} = \frac{1}{r_\alpha - k\Delta r} - \frac{1}{r_\alpha - (k-1)\Delta r}$$

Εφαρμόζουμε την παραπάνω ταυτότητα για διάφορες τιμές του k από k=1 έως k=N και έχουμε:

$$\frac{\Delta r}{(r_a-\Delta r)^2}=\cancel{\frac{1}{r_a-\Delta r}}-\frac{1}{r_a}$$

$$\frac{\Delta r}{(r_a-2\Delta r)^2}=\cancel{\frac{1}{r_a-2\Delta r}}-\cancel{\frac{1}{r_a-\Delta r}}$$

.....

$$\frac{\Delta r}{(r_a-N\Delta r)^2}=\cancel{\frac{1}{r_a-N\Delta r}}-\cancel{\frac{1}{r_a-(N-1)\Delta r}}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη έχουμε

$$W_{o\lambda}=K_{\eta\lambda}|q_1q_2|(\frac{1}{r_a-N\Delta r}-\frac{1}{r_a})\rightarrow W_{o\lambda}=K_{\eta\lambda}q_1q_2(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b})$$

προκύπτει λοιπόν ότι το έργο μπορεί να γραφεί ως μεταβολή της συνάρτησης $\boxed{U(r)=\frac{K_{\eta\lambda}q_1q_2}{r}}$

αφού $W_{a\rightarrow b}=(\frac{K_{\eta\lambda}q_1q_2}{r_a})-(\frac{K_{\eta\lambda}q_1q_2}{r_b})$

Τη συνάρτηση αυτή την καλούμε δυναμική ενέργεια